Ансамбль пирамид в Гизе.

Ансамбль пирамид в Гизе, относящийся ко времени IV династии, скомпонован в единую группу. Все пирамиды довольно точно расположены по странам света почти параллельно одна другой. Трудность точного измерения пирамид (почти полное разрушение облицовки и непостоянный уровень песка) приводит к сильно различающимся у разных авторов размерам (так, высота пирамиды Хеопса указывается в отдельных случаях с разницей в 2 м). Поэтому при анализе пропорций здесь необходима особая осторожность.

В построении общего плана ансамбля наблюдаются простые отношения: равенства и половины (рис. 22). Так, расстояние от угла пирамиды Хеопса до центра пирамиды Хефрена, находящегося почти на продолжении диагонали пирамиды Хеопса, равно этой диагонали. Если провести координаты, параллельные сторонам (и странам света), через центры всех трех пирамид ансамбля, то окажется, что по линии север–юг расстояния между центрами пирамид одинаковы, причем эти расстояния равны 3/2 стороны пирамиды Хеопса ($3a/2$ на рис. 22, левая сторона). Точка пересечения координат O получена (при разбивке плана пирамиды Хефрена) откладыванием от первой пирамиды точно на юг размера, равного стороне пирамиды Хеопса, а. При постройке же последней пирамиды (Микерина) уже заданное расстояние между вершинами было просто повторено.

Центр каждой следующей пирамиды по горизонтальной координате отстоит от основания предыдущей на расстоянии, равном стороне своего собственного основания (с очень небольшой неточностью).

Сторона основания пирамиды Микерина (с ошибкой меньше 0,5%) равна половине стороны основания пирамиды Хефрена ($в = \frac{б}{2}$). Как меньшая, пирамида Микерина выдвинута вперед по координате запад–восток, так что юго-восточные углы всех трех пирамид находятся почти на одной прямой.

По координате запад–восток голова большого сфинкса и вершина пирамиды Хефрена находятся на равных расстояниях от точки пересечения координат O. Расстояние от того же центра O до конца пирамиды Хефрена равно расстоянию от этого центра до конца выдвинутого вперед преддверия верхнего храма при пирамиде Хефрена. Длина крытого хода к преддверию равна удвоенной стороне пирамиды ($2б$). Также равенством определяется расстояние от пирамиды Микерина до ее выдвинутого на восток преддверия; это расстояние равно расстоянию между вершинами крайних пирамид по основной координате — север–юг ($\frac{3a}{2} \times 2$).

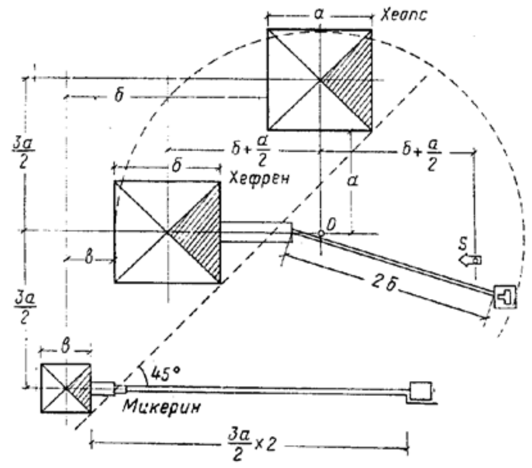

Рис. 22

Пропорции пирамид в Гизе.

Пропорции пирамид в Гизе близки между собой. Разрезы всех пирамид дают приблизительно одинаковое отношение высоты к стороне основания и сходный угол наклона боковых сторон, равный у пирамиды Хеопса 51°20′, у пирамиды Хефрена 50°20′ и у пирамиды Микерина 51°. Высота и сторона основания пирамиды Хеопса — 146.59 и 230.35 м, а по другим данным — 148.2 и 232.8 м, Хефрена — 143.5 и 215.25 м; Микерина — 66.4 и 108.04 м.

Пирамида Хеопса.

В литературе имеется утверждение, что высота пирамиды Хеопса относится к стороне ее основания как 2 : 3, т. е. разрез пирамиды будто бы составлен из двух связанных «египетских треугольников» с соотношением сторон 3 : 4 : 5, где высота пирамиды равна 4, а половина основания равна 3. Это утверждение не вполне соответствует фактическим данным. В действительности отношение этих величин равно:

$$\frac{230.35}{2\times 146.59} = 0{,}785 \text{ или } \frac{232.805}{2\times 148.2} = 0{,}785$$

вместо 0.75 (с большой ошибкой во втором знаке).

На наиболее близких к фактическим размерам пирамиды Хеопса данных основано предположение Прейса, что стороны полутреугольника поперечного сечения пирамиды (рис. 23) образуют геометрическую прогрессию, в которой $\frac{Z}{Y}=\frac{Y}{X}$ (1)

Отношение между гипотенузой Z и малым катетом X равно φ [т. е. 1.618 (1)].

$\frac{Z}{X} = \varphi = 1.618$, откуда[1]: $\frac{Z}{Y}=\frac{Y}{X} = \sqrt{\varphi} = 1.272$.

Если подставить реальные размеры в первую пропорцию, то получится действительно верный результат.

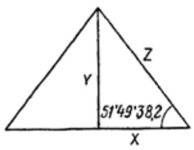

Рис. 23

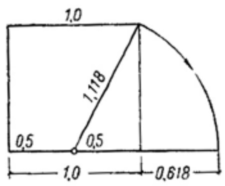

Рис. 24

Рис. 25

Пирамида Хефрена.

В пирамиде Хефрена отношение высоты к стороне основания составляет 2 : 3, причем эта пропорция выдержана математически правильно: $\frac{143.5\ м}{215.25\ м} = 0.66$.

Поэтому разрез пирамиды Хефрена может быть построен из двух сложенных треугольников с отношением сторон 3 : 4 : 5, где величина 4 соответствует высоте. При таком предположении пирамиду Хефрена можно считать самым ранним памятником, в котором появляются пропорции египетского треугольника.

Пирамида Микерина.

В пирамиде Микерина отношение высоты к стороне основания $\frac{66.4}{108.04} = 0.614$ — величина, близкая к отношению золотого сечения — 0,618. Это первое появление отношения золотого сечения.

[1] $\frac{Z}{X}=\varphi$; $\frac{Z}{X}\times\frac{X}{Y}=\varphi\,\frac{X}{Y}$; $\frac{Z}{Y}=\varphi\,\frac{X}{Y}$. Подставляя вместо $\frac{X}{Y}$ (1) равное ему отношение $\frac{Y}{Z}$, получаем $\frac{Z}{Y}=\varphi\,\frac{Y}{Z}$; $\left(\frac{Y}{Z}\right)^2\varphi$; $\frac{Z}{Y}=\varphi$

Частое пользование диагональю полуквадрата в ранней египетской архитектуре неминуемо должно было привести к открытию пропорций золотого сечения $\frac{1}{0.618}$ (рис. 24).

Диагональные пропорции пирамид в Гизе.

Все описанные пропорции обнаруживаются в поперечном разрезе пирамид. Однако более вероятным представляется следующий способ определения их пропорций.

В папирусе Ринд, предположительно относимом к Древнему царству, есть задачи на построение пирамид. В них связываются три величины, относящиеся к диагональному разрезу через пирамиду по противоположным ребрам: диагональ основания пирамиды, сторона ребра и угол между ними. Требуется по любым двум данным из этих трех величин найти третью.

Возможность решения этих задач позволяет сделать вывод, что построение пропорций пирамиды основывалось на диагональном разрезе. В простейшем случае это построение можно представить себе таким образом: если мы разрежем квадрат по диагонали и половину его загнем на вертикальную плоскость, то получим диагональный разрез пирамиды, для которого весь квадрат является основанием (рис. 25). Такой идеальный случай не встречается при построении пирамид (везде их высота меньше половины диагонали основания), но все же они могли быть построены по тому же методу.

Пропорции пирамиды Хеопса, самой ранней из пирамид в Гизе, довольно точно определяются следующим построением (рис. 26).

Допустим, что на песке начерчен квадрат со стороной, равной высоте пирамиды Хеопса. Радиусом, равным диагонали полуквадрата ($\frac{\sqrt{5}}{2}$), из точки O очертим полуокружность до пересечения ее с продолженным основанием квадрата. Полученные крайние точки соединим со средней точкой верхней стороны квадрата и с верхней точкой полуокружности. Заштрихованный внутренний большой треугольник, переведенный в вертикальную плоскость, явится диагональным разрезом пирамиды Хеопса, а треугольник, доходящий вершиной до полуокружности, будет половиной основания этой пирамиды.

Реальные размеры исключительно точно соответствуют этому построению. Диагональ основания пирамиды Хеопса (при стороне в 230.35 м) равна 325.71 м. Отношение высоты к диагонали $\frac{146.59}{325.71} = 0.45$. Отношение же высоты пирамиды к диагонали ее основания в построении на рис. 154 равно $\frac{1}{\sqrt{5}} = 0.4472$. Эти величины не совпадают всего на 0.003; а «отклонения менее 0,002 — 0.003, — как говорит известный исследователь пропорций Мёссель, — не могут быть избегнуты в процессе строительства и оформления, так же как и при последующем обмере».

Интересно отметить, что те же пропорции, только с еще большей точностью повторяет впоследствии пирамида фараона Сахура (V династия). При высоте 49.6 м и стороне основания 78.32 м, диагональ ее основания будет равна 110.74 м. Отношение высоты к диагонали 110.74 : 49.6 = 0.448 (отклонение от $\frac{1}{\sqrt{5}}$ только 0.0005).

В таком построении примечательно, во-первых, то, что манипуляции с иррациональными величинами производятся простейшим способом при помощи примитивных приспособлений. Во-вторых, интересен прием одновременного вспомогательного построения плана и разреза здания на горизонтальной поверхности (земле). При таком способе достигается полная увязка величин и пропорций сооружения по всем трем координатам. В-третьих, примечательно применение построения, которое служит для определения пропорций золотого сечения, хотя самого отношения $\frac{1}{0.618}$ здесь нет (см. рис. 24). Вероятно предположение, что появление пропорций золотого сечения относится к периоду IV династии.

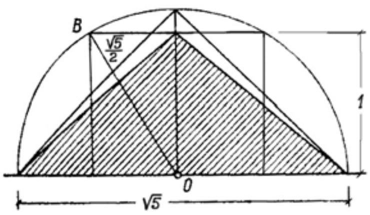

Рис. 26

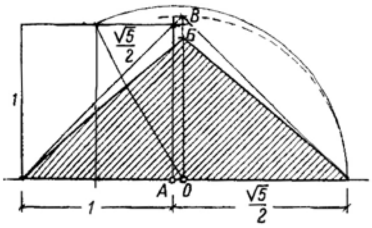

Рис. 27

Аналогичный метод применен и при построении остальных пирамид.

Пирамида Хефрена построена также по производным квадрата. Но диагональ его половины засечена от края квадрата (на рис. 27 от точки *А* вправо), а не от середины, как в предшествующих случаях. Из средней точки основания пирамиды *О* восстановлен перпендикуляр, определяющий вершину пирамиды (*Б* — на продолжении верхней горизонтали квадрата) и угол плана (*В* — на продолжении диагонали квадрата или в точке пересечения перпендикуляра с полуокружностью). Заштрихованный внутренний треугольник является диагональным разрезом пирамиды. Те же результаты могут быть получены следующим построением (рис. 28). Из крайней точки *А* исходного квадрата радиусом, равным половине диагонали полуквадрата, засекается крайняя точка *Б* диагонали пирамиды. Радиусом *ОБ* описывается полуокружность до точки *В*. Соединение точек *Б* и *В* с точками *Г* и *Д* определит половину основания и диагональный разрез пирамиды. При указанных построениях получается отношение высоты разреза к основанию:

$$\frac{1}{1+\frac{\sqrt{5}}{2}} = \frac{1}{1+1.118} = \frac{1}{2.118} = 0.4721.$$

Реальная величина этого отношения в пирамиде Хефрена (при стороне в 215.25 м, высоте 143.50 м и вычисленной диагонали 304.36 м) будет: $\frac{143.5}{304.35} = 0.4714$ (отклонение на 0.0007, много меньше допустимого).

Эта величина соответствует малой функции золотого сечения.

Важная роль отношения 0.472 для построения пирамиды Хефрена подтверждается тем, что то же отношение определяет основные пропорции плана преддверия храма при пирамиде Хефрена, выдвинутого вперед.

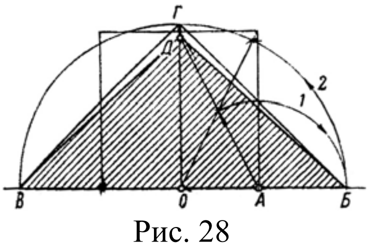

Рис. 28

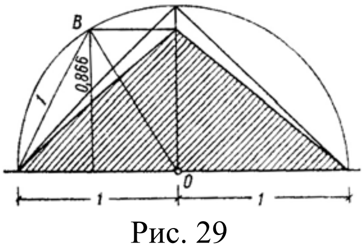

Рис. 29

Пирамида Микерина построена с применением другой исходной фигуры — равностороннего треугольника. Полукруг описан вокруг одного из углов этого треугольника *АВО* радиусом, равным его стороне (рис. 29). Высота равностороннего треугольника равна высоте пирамиды. Отсюда отношение высоты к диагонали основания пирамиды равно: $\frac{0.866}{2} = 0.433$.

Реальная величина этого отношения в пирамиде Микерина (при высоте 66.4 м, стороне основания 108.04 м и диагонали 152.77 м) составит $\frac{66.4}{152.77} = 0.43$ (отклонение в 0.002).

В дальнейшем, при V династии, фактические пропорции планов в сооружениях Абусира почти совпадают с пропорциями, определяемыми построением по системе диагоналей и методу последовательных квадратов.

План храма солнца в Абусире (рис. 30) представляет пример смещения исходной фигуры в общем габарите ансамбля (построение произведено последовательными засечками из точек *1*, *2*, *3* и *4*; см. рис. 16).

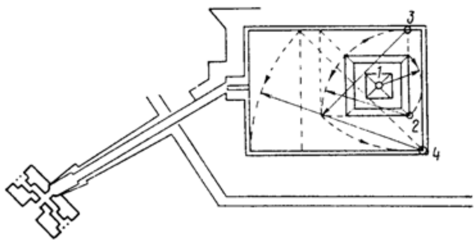

Рис. 30